

Algoritma Genetik dan Wavelet Packet

Subiyanto

Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Semarang

Abstrak

Tulisan ini membahas analisa fungsi fitness dalam algoritma genetik menggunakan transformasi wavelet packet (WP) secara teoritis. Transformasi wavelet digunakan untuk menghitung nilai rata-rata fitness dari suatu schema. Berdasarkan pada hal ini dapat ditentukan apakah suatu fungsi tertentu mudah atau berat bagi algoritma genetik. Pembahasan ini adalah suatu pengembangan dari kerja Bethke yang menemukan suatu metode efisien untuk menghitung nilai fitness rerata schema menggunakan transformasi Walsh.

Kata Kunci: wavelet packet, algoritma genetik, nilai fitness.

1. Pendahuluan

Transformasi wavelet packet (WP) (atau transformasi pohon terstruktur) yang dikembangkan dari wavelet dan analisis multiresolusi, merupakan suatu topik yang sangat diminati di bidang pemrosesan sinyal. Berdasar pada struktur pohon filter bank WP menawarkan suatu keluarga yang kaya basis-basis ortonormal, dari situ dapat dipilih basis **terbaik** (di bawah suatu kriteria tertentu, seperti berbasis entropy).

Algoritma genetik (AG) adalah algoritma pencarian berbasis pada mekanisme seleksi alam dan genetik alamiah. Suatu AG sederhana tersusun dari tiga operator: reproduksi, pertukaran silang (*crossover*) dan mutasi. Satu hal yang penting AG menganalisa bagaimana suatu fungsi obyektif (fungsi fitness) mudah atau berat untuk AG tersebut.

Sebagaimana algoritma pencari, AG dapat digunakan untuk seleksi basis terbaik dibawah suatu criteria tertentu diantara semua basis WP. Sebagaimana terjadi pada masalah dalam aplikasi pengkodean citra (image).

Percobaan pertama dalam aplikasi transformasi WP dalam analisis AG yang dibuat oleh Bethke adalah transformasi orthogonal untuk analisis AG, yang menemukan suatu cara efisien untuk perhitungan nilai-nilai fitness rerata schema menggunakan transformasi Walsh. Pembangunan blok AG yang dikombinasi pada bentuk optima atau dekat optima adalah schemata orde rendah dan pendek dengan nilai-nilai fitness diatas rerata. Perbandingan dari rerata fitness ditulis dalam koefisien transformasi Walsh dan dalam koefisien transformasi identitas (basis kanonik):

- Untuk transformasi Walsh schemata orde rendah dispesifikasikan dengan suatu jumlah pendek dan

scema orde tinggi dispesifikasikan dengan suatu jumlah panjang.

- Untuk transformasi identitas adalah sebaliknya.

Ini membuat transformasi Walsh efisien untuk AG. Transformasi Walsh adalah satu bentuk dari kelas wavelet packet Haar.

Bagaimana tentang transformasi lainnya, khususnya berbasis pada fungsi basis segiempat? Dari percobaan S. Khuri (transformasi Haar dengan AG) transformasi Haar ada suatu reduksi waktu komputasi dibandingkan dengan transformasi Walsh. Meskipun demikian tidak ada formula umum untuk rerata fitness schema dalam basis Haar, dan tidak ada analisis umum dari kompleksitas sebagai jumlah koefisien-koefisien bukan nol dalam penjumlahan fitness rerata schema.

Tujuan utama tulisan ini adalah untuk menyelidiki aplikasi transformasi wavelet packet untuk analisis algoritma genetik. Secara analitis diturunkan ungkapan untuk matriks rerata fitness-H AG dan rerata vektor biaya fitness-H (ukuran kuantitatif dari kompleksitas perhitungan nilai-nilai fitness rerata schema) pada beberapa basis H dari library transformasi WP.

2. Teorema Schema dan Transformasi Walsh-Schema

2.1. Teorema Schema

Dasar teorema AG: teorema schema dan transformasi Walsh-schema.

Misalkan bahwa AG memproses string n-bit, $x = (x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0)$; $x \in \{0, 1\}$ pada jumlah desimal

$$x = \sum_{i=0}^{n-1} x_i 2^i .$$

Suatu schema adalah suatu sub-himpunan kesamaan berisi string pada beberapa posisi nilai. Sebagai contoh sub-himpunan $\{(001), (011)\}$ adalah

suatu schema $(0 * 1)$, dengan $*$ adalah karakter “don’t care”. Dengan begitu suatu schema adalah:

$$s = (s_{n-1} s_{n-2} \dots s_0); s \in \{0,1,*\}.$$

Jika kita menyajikan suatu string n-bit sebagai suatu simpul dari n-kubik biner, suatu schema mencakup hubungan simpul-simpul pada interval. Totalnya ada 3^n schemata berbeda.

Orde $o(s)$ dari schema s adalah nilai posisi tetap dari kesamaan dalam sub-himpunan (jumlah string dalam sub-himpunan ini adalah $2^{n-o(s)}$). Sebagai contoh $o(0 * 1) = 2$.

Panjang $\delta(s)$ dari suatu schema adalah jarak antara posisi-posisi pembatas yang paling jauh dari suatu schema. Sebagai contoh, $\delta(0 * 1) = 2$, $\delta(0 0 *) = 1$.

Untuk suatu AG kita mempunyai suatu fungsi nilai nyata fitness $f(g(x))$, dimana $g(x)$ adalah variabel penentu. Menurut teorema schema dibawah reproduksi, crossover sederhana, dan mutasi, nilai yang diharapkan disajikan dengan m dari suatu schema khusus s adalah paling sedikit

$$m(s,t+1) \geq m(s,t) \frac{\bar{f}(s)}{\bar{f}} [1 - p_c \frac{\delta(s)}{n-1} - p_m o(s)], \quad 1$$

dengan $\bar{f}(s)$ adalah rerata fitness dari schema s dalam populasi sekarang, didefinisikan dengan

$$\bar{f}(s) = \frac{1}{|s|} \sum_{x \in s} f(x) \quad 2$$

dengan $|s|$ adalah nilai string dari sub-himpunan s , \bar{f} adalah rerata fitness dalam populasi, p_c dan p_m masing-masing adalah crossover dan probabilitas mutasi, $\delta(s)$ adalah panjangnya, dan $o(s)$ adalah orde schema. Teorema ini mengatakan bahwa suatu schema tumbuh ketika itu pendek, orde rendah dan mempunyai rerata diatas fitness.

2.2. Transformasi Walsh-Schema

Fungsi Walsh membentuk suatu himpunan orthogonal dari fungsi-fungsi, didefinisikan secara analitis dengan

$$w_i(y) = \prod_{i=1}^n y_i^{j_i}, \quad y_i \in \{-1,1\} \quad 3$$

dimana j_i adalah bit ke- i dalam penyajian biner dari j , $0 \leq j \leq 2^n - 1$.

Rerata fitness schema (dalam kawasan transformasi Walsh) dapat ditulis sebgai berikut:

$$\bar{f}(s) = \sum_{j \in J(s)} c_j w_j(\beta(s)), \quad J(s) = \{j : (\exists) : (s \subseteq s_j(j))\} \quad 4$$

dengan

$$\beta(s_i) = \begin{cases} 0, & \text{jika } s_i = 0,* \\ 1, & \text{jika } s_i = 1, \end{cases}$$

$$c_j = \frac{1}{2^n} \sum_{x=0}^{2^n-1} f(x) w_j(x)$$

komputasi dari persamaan (4) disebut transformasi Walsh-schema. Dengan catatan bahwa schemata orde rendah dispesifikasikan dengan suatu jumlah pendek dan schemata orde tinggi dispesifikasikan dengan suatu jumlah panjang. Dengan teorema schema ini menunjukkan mengapa transformasi Walsh adalah efektif untuk AG.

3. Matriks Transformasi Rerata Fitness dan Vektor Biaya

Misalkan $\mathbf{f} = [f(0), \dots, f(3^n - 1)]^T$ adalah bentuk vektor suatu fungsi fitness dan $\bar{\mathbf{f}} = [\bar{f}(0), \dots, \bar{f}(3^n - 1)]^T$ adalah bentuk vektor suatu rerata fungsi fitness, H_n menjadi matriks $2^n \times 2^n$ tak singular dan

$$g = H_n f \quad 5$$

Kita definisikan suatu matriks $3^n \times 2^n A_n = A(H_n)$ (tergantung pada matriks H) dengan begitu

$$\bar{\mathbf{f}} = A_n g \quad 6$$

Kita tinjau matriks $A_n = A(H_n)$ adalah matriks transformasi rerata fitness- H dan transformasi persamaan (6) adalah transformasi rerata fitness- H .

Dapat dilihat bahwa dalam kasus tersebut $H_n = I_n$ (matriks identitas orde 2^n)

$$A_n = A(I_n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{\otimes n}, \quad 7$$

$\mathbf{B}^{\otimes n}$ adalah daya kronecker ke n dari \mathbf{B} .

Dengan catatan bahwa matriks $A(I_n)$ digunakan sama seperti matriks sambungan interval A_n yaitu untuk ekstraksi semua interval pada n-kubik.

Bila $\bar{\mathbf{f}}$ adalah tak gayut dari H_n kita mempunyai bentuk persamaan (6), (5) dan (7):

$$\bar{\mathbf{f}} = A(H_n) H_n f = A(I_n) f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{\otimes n} f,$$

karena itu

$$A(H_n) H_n = A(I_n),$$

dan

$$A(H_n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{\otimes n} H_n^{-1}, \quad 8$$

Penyederhanaan persamaan (6) untuk berbagai matriks H_n dikenalkan suatu vektor biaya rerata fitness- H : $\mathbf{r} = \mathbf{r}(g) = [r(0), \dots, r(2^n - 1)]^T$, dimana $r(\alpha(s))$ menunjukkan rerata nilai dari tak nol term $g(s)$ dalam persamaan (6), dengan

$$\alpha(s) = \begin{cases} 0, & \text{jika } s = 0,1 \\ 1, & \text{jika } s = * \end{cases}, \quad 9$$

vektor biaya rerata fitness-H memberikan suatu ukuran kuantitatif dari kompleksitas dari perhitungan nilai-nilai rerata fitness schema.

4. Wavelet Packet Segiempat dan Matriks Rerata Fitness

Wavelet packet Haar dari transformasi Haar-like unitary $H_n^{(P)}$ pada filter bank pohon terstruktur (P adalah pohon biner) dengan pasangan filter-filter sintesis (lowpass dan highpass) didefinisikan dengan

$$G_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + z^{-1}), \quad G_1(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - z^{-1}), \quad 10$$

Suatu pemangkasan secara sembarang pada struktur pohon P dari pohon biner utuh sedalam n akan memberikan suatu keluarga dari basis Haar unitary $\{H_n^{(P)}\}$ sebagai berikut:

- Jika P adalah sembarang pohon (satu akar) kemudian $H_n^{(P)}$ adalah transformasi identitas,
- jika P adalah suatu pohon octave-band (bagian lowpass berulang) kemudian $H_n^{(P)}$ adalah transformasi Haar dan
- jika P adalah pohon utuh kemudian $H_n^{(P)}$ adalah transformasi Walsh.

Selanjutnya akan diberikan suatu formula eksplisit untuk matriks transformasi rerata fitness pada suatu basis yang berubah-ubah dari wavelet packet Haar.

Pertama-tama kita turunkan suatu pernyataan analitis untuk matriks $[H_n^{(P)}]^{-1}$ (yaitu inverse dari matriks pohon biner terpankas sedalam n).

Masing-masing simpul pada level ke-k ($0 < k \leq n$) dari pohon P dikodekan dengan suatu vektor (0, 1) sepanjang k. Simpul bukan penghubung (*nonterminal*) dikodekan dengan vektor biner c. Keturunan simpul ini akan mempunyai kode sebagai berikut: c0 (bagian kiri) dan c1 (bagian kanan). Untuk mengkodekan semua simpul penghubung yang bukan terakhir pada level ke-n kita tambahkan pada kanan karakter * "don't care".

Misalkan P mempunyai penghubung (*terminal*) t dengan kode

$$\{c^{(i)}\}, \quad c^{(i)} = (c_1^{(i)}, \dots, c_n^{(i)}), \quad 11$$

$$\text{dengan } c_j^{(i)} \in \{0, 1, *\}, \quad i = 1, \dots, t$$

Dalil 1. Misalkan P, pohon yang dipangkas dari pohon aslinya sedalam n dan mempunyai simpul terminal t dengan kode-kode diberikan persamaan (11). Inverse matriks transformasi $[H_n^{(P)}]^{-1}$ akan mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$[H_n^{(P)}]^{-1} = 2^{\frac{n}{2}} \left[2^{\frac{n_1}{2}} I_{n_1} \otimes \left(\otimes_{j=1}^{k_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}^{\alpha(c_j^{(1)})} \right) \dots \dots 2^{\frac{n_t}{2}} I_{n_t} \otimes \left(\otimes_{j=1}^{k_t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}^{\alpha(c_j^{(t)})} \right) \right] \quad 12$$

dengan I_k adalah matriks identitas orde 2^k , $n_i = n - o(c^{(i)})$, $o(s)$ adalah orde dari suatu schema s, $\alpha(c)$ didefinisikan dengan persamaan (9)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Bukti dari persamaan (10) memberikan definisi pasangan filter Haar dan konstruksi kode-kode pohon. Misal matriks transformasi pada pohon P dari gambar 1, disajikan secara analitis dengan

$$[H_n^{(P)}]^{-1} = \frac{1}{2} \left[I_{n-2} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} I_{n-2} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \sqrt{2} I_{n-2} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right].$$

Dalil 2. Misalkan P adalah suatu pohon biner seperti dalam dalil 1. matriks transformasi rerata fitness-H $A(H_n)$ pada transformasi Haar $H_n = H_n^{(P)}$ (didefinisikan dari pohon P) akan mempunyai bentuk berikut:

$$A(H_n) = 2^{-\frac{n}{2}} \left[2^{\frac{n_1}{2}} A(I_{n_1}) \otimes \left(\otimes_{j=1}^{k_1} v(c_j^{(1)}) \right) \dots 2^{\frac{n_t}{2}} A(I_{n_t}) \otimes \left(\otimes_{j=1}^{k_t} v(c_j^{(t)}) \right) \right], \quad 13$$

dimana $A(I_n)$ didefinisikan dari persamaan (7), $v(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $v(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ dan semua item lainnya seperti

dalam dalil 1.

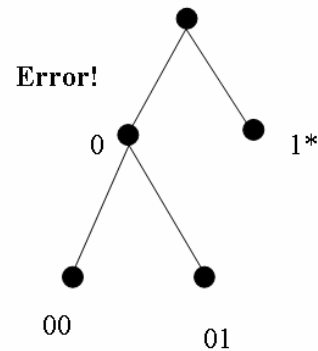
Bukti; menggunakan dalil 1, persamaan (8) dan sifat sederhana produk Kronecker didapatkan ungkapan analitis untuk $A(H_n)$. Vector $v(0)$ dan $v(1)$ diperoleh dengan

$$v(0) = A(I_1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v(1) = A(I_1) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Persamaan (8) digunakan untuk menurunkan transformasi Walsh-schema (matriks-vektor versi persamaan (4)), atau ekuivalennya, transformasi rerata fitness Walsh:

$$\bar{f} = A(W_n)g,$$

dengan



Gambar 1. Pohon biner terpankas dengan kode-kode simpul

$$A(W_n) = 2^{-\frac{n}{2}} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]^{\otimes n} \tag{14}$$

$$= 2^{-\frac{n}{2}} \left[\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right]^{\otimes n},$$

dan $g = W_n f$,

$W_n = 2^{-\frac{n}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{\otimes n}$ adalah matriks transformasi

Walsh.

Sama halnya dengan menggunakan persamaan (13) dapat diturunkan transformasi schema lain yaitu transformasi fitness rerata Haar-like.

Selanjutnya fungsi basis wavelet Haar menjadi fungsi basis segiempat lainnya, yaitu membentuk kelas wavelet packet Reed-Muller nonorthogonal. Dalam kasus ekstrim (yaitu ketika mempunyai dekomposisi pohon biner penuh) kontruksi ini menunjukkan transformasi Reed-Muller (*conjunctive*). Pasangan analisis dan sintesis dari filter untuk filter bank adalah:

$$H_0(z) = 1; \quad H_1(z) = z - 1;$$

$$G_0(z) = 1 + z^{-1}; \quad G_1(z) = z^{-1}$$

Pertama, diberikan pernyataan analitis untuk matriks inverse $[K_n^{(P)}]^{-1}$ dari matriks packet Reed-Muller $[K_n^{(P)}]$ pada pemangkasan pohon P dari pohon biner sedalam n.

Dalil 3. Misalkan pohon P dipangkas sebagaimana dalam dalil 1. Matriks $[K_n^{(P)}]^{-1}$ dari dekomposisi pohon P akan mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$[K_n^{(P)}]^{-1} = \left[I_{n_n} \otimes \left(\bigotimes_{j=1}^{k_1} h_{\alpha(c_j^{(1)})} \right) \dots I_{n_n} \otimes \left(\bigotimes_{j=1}^{k_r} h_{\alpha(c_j^{(r)})} \right) \right], \tag{15}$$

dengan h_i adalah kolom ke-i dari matriks Reed_Muller

$$K_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ dan notasi lainnya sama dengan pada}$$

dalil 1.

Misalnya matriks transformasi untuk pohon dalam gambar 1, adalah:

$$[K_n^{(P)}]^{-1} = \left[I_{n-2} \otimes \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix} \quad I_{n-2} \otimes \begin{pmatrix} 0 & \\ & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix} \quad I_{n-1} \otimes \begin{pmatrix} 0 & \\ & 1 \end{pmatrix} \right].$$

Dalil 4. Misalkan P adalah pohon biner seperti dalam dalil 1. Matriks transformasi rerata fitness-H $A(K_n)$ yang berhubungan dengan transformasi seperti Reed-Muller $[K_n^{(P)}]$ akan mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$A(K_n) = \left[A I_{n_n} \otimes \left(\bigotimes_{j=1}^{k_1} w(c_j^{(1)}) \right) \dots 2^{-\frac{n_r}{2}} A I_{n_n} \otimes \left(\bigotimes_{j=1}^{k_r} w(c_j^{(r)}) \right) \right], \tag{16}$$

dimana $A(I_n)$ didefinisikan dengan persamaan (7),

$$w(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ dan semua item lainnya}$$

seperti dalam dalil 1.

Bukti: dari dalil 3 dan formula (8). Vektor $w(0)$ dan $w(1)$ didapatkan dengan

$$w(0) = A(I_1) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad w(1) = A(I_1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Sedangkan matriks rerata fitness untuk transformasi Reed-Muller:

$$A(K_n) = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right]^{\otimes n} \tag{17}$$

$$= \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^{\otimes n}$$

Dapat dilihat perbedaannya dengan matriks rerata fitness Walsh persamaan (14) yaitu tidak ada faktor penskala 2 untuk schemata orde rendah, dan mempunyai jumlah lebih pendek untuk schemata orde tinggi.

5. Wavelet Packet Segiempat dan Vektor Biaya Rerata Fitness

Ditinjau dari transformasi Haar pada suatu struktur pohon terpangkas. Dari suatu pohon terpangkas G akan disusun menjadi $G' = [G_j]$ hanya dengan penambahan cabang pada simpul ke-j yaitu simpul $j = (j_1, j_2, j_3, \dots, j_p)$, $p < n$ dari G.

Dalil 5. Suatu vektor biaya rerata fitness-H: $r(G')$ pada pohon $G' = [G_j]$ diperoleh dari vektor biaya rerata fitness-H: $r(G)$ menurut prosedur:

$$r(G') = r(G) + r'(j),$$

dengan langkah awal vektor biaya rerata fitness- I_n : $r(\cdot)$

mempunyai bentuk $r(\cdot) = (1 \ 2)^{\otimes n}$ dan

$$r'(j) = \bigotimes_{i=0}^{p-1} (1 \ \bar{j}_{p-1}) \otimes (1 \ 2)^{\otimes(n-p-1)} \otimes (1 \ -1), \quad j = (j_1,$$

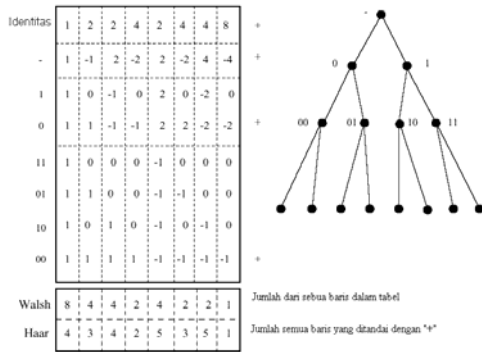
$j_2, \dots, j_p)$; ($j_k \in \{0,1\}$); \bar{j}_k adalah negasi dari j_k , $k = 1, 2,$

\dots, p dan $(1 \ 2)^{\otimes a}$ adalah daya Kronecker ke-a dari $(1 \ 2)$.

Bukti: dari kenyataan bahwa matriks transformasi H_G pada pohon $G' = [G, j]$ dapat dibentuk dari matriks H_G dengan $H_{G'} = H_G D_j$, dengan D_j adalah matriks diagonal $D_j = \text{diag}(B_0, \dots, B_{2^{p-1}})$ dan $B_j = \left[I_{n-p-1} \otimes (1 \ 1)^T \quad I_{n-p-1} \otimes (1 \ -1)^T \right]$, dan B_k lainnya untuk $k \neq j$ adalah matriks identitas I_{n-p} .

Dalam gambar 2 (a) menunjukkan konstruksi recurrent dari vektor biaya rerata fitness- H_3 r untuk transformasi wavelet packet Haar. Konstruksi yang sama untuk $r(H)$ dapat dilakukan juga untuk wavelet packet Reed-Muller.

Analisa vektor-vektor $r(H)$ dapat dilihat bahwa nilai minimum tersebut dari nilai-nilai untuk spesifikai schemata orde rendah pada transformasi wavelet packet



Gambar 2. Konstruksi recurrent vektor biaya rerata fitness- H untuk transformasi wavelet packet Haar.

Haar dan transformasi wavelet packet Reed-Muller dicapai (bila dalam kasus ini $r_k = 1.5^{n-w_H(k)}$) yaitu elemen ke- k dari vektor $r(H)$, $k = (k_1, \dots, k_n)$, dan bobot-bobot Hamming $w_H(k)$ dari k adalah tinggi.

6. Kesimpulan

Dalam analisa ini diperoleh bahwa perbandingan hasil-hasil untuk fungsi rerata fitness transformasi Red-Muller memerlukan jumlah lebih pendek untuk schemata orde rendah daripada transformasi Haar.

Daftar Pustaka

- [1] Aгаian S., 1995, J. Astola, K. Egiazarian, Binary Polynomial Transforms and Nonlinear Digital Filters, Marcel Dekker, Inc..
- [2] Bethke A.D., 1980, Genetic algorithms as function optimizers, Doctoral dissertation, University of Michigan.
- [3] Goldberg D.E., 1989, Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley, Inc..
- [4] Goldberg D.E., 1989, "Genetic Algorithms and Walsh Functions: Part I, A Gentle Introduction", Complex Systems, vol. 3, pp. 129-152.
- [5] Holland J.H., Adaptation in natural and arti_cial systems, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [6] Khuri, S. 1994, "Walsh and Haar Functions in Genetic Algorithms", ACM Press.
- [7] Vetterli M. and Kovacevic J., 1995, Wavelets and Subband Coding, Prentice Hall.